



**XIII^{ème} séminaire des Jeunes
Chercheurs en Didactique des
Mathématiques
Paris, 30 mai – 1 juin 2019**

**L'opérationnalisation du
cadre théorique**



Textes des chercheurs invités

Table des matières

1. Contribution d’Aline Robert et Éric Roditi	2
2. Contribution de Michèle Artigue	7
3. Contribution de Jana Trgalova	11

1. Contribution d'Aline Robert et Éric Roditi

Les points clés de l'opérationnalisation de notre cadre théorique

Notre cadre théorique général : la théorie de l'activité (TA)

Pour nous, les recherches en didactique des mathématiques ont pour objet premier l'élucidation des liens entre l'enseignement et les apprentissages d'un contenu mathématique donné.

Adopter un cadre théorique permet de découper la réalité correspondante pour sélectionner ce qu'on en retient, et d'inscrire ce qui est retenu dans un cadre cohérent, légitime, dans lequel certaines hypothèses sont admises et explicitées. Tous les phénomènes à étudier y ont une place et peuvent être mis en relation. En particulier les notions d'enseignement, d'apprentissage, etc. y sont précisées, ainsi que les variables à prendre en considération : contenus enseignés, mais aussi structures scolaires par exemple. Ce qui n'est pas retenu pour le travail de recherche est souvent considéré comme paramètre (les facteurs affectifs par exemple). Ce positionnement, en amont des recherches, permet d'une part de formuler des questions précises à partir d'un problème posé, et d'autre part d'observer, d'analyser, d'expérimenter, etc. pour y répondre de manière adaptée dans le cadre théorique. Ce dernier, certes, n'englobe pas toute la réalité, mais il permet d'élaborer des problématiques, des méthodologies (Robert, 1992), d'examiner et de légitimer les résultats, et d'en préciser les limites et la portée.

Le cadre bien structuré de la Théorie de l'Activité¹, emprunté en partie à la psychologie cognitive, a été adopté *a posteriori* dans nos travaux, mais implicitement, dès le début de nos recherches, les activités des élèves en classe étaient considérées comme des vecteurs essentiels d'apprentissage ce qui est le premier point fort de ce cadrage. Le chercheur a en partie accès à ces activités et peut donc les étudier en les privilégiant, voire élaborer des dispositifs pour les influencer. Une hypothèse admise forte est qu'il est nécessaire d'étudier non seulement les tâches proposées (les énoncés, les cours, les évaluations, etc.) mais aussi les déroulements pour avoir un accès à ces activités d'élèves en situation, encore une fois centrales dans la théorie. Cet accès est partiel d'ailleurs, car une part des activités est invisible (mentale), mais il est considéré comme suffisant. Il en est de même pour les pratiques et les activités des professeurs, à l'origine des activités des élèves, même si cela reste, là aussi, partiel. *Question : qu'est-ce qu'on va retenir et étudier comme activité en mathématiques, à l'école ?* D'autres hypothèses admises sur les relations entre activités et apprentissages sont inspirées de travaux de Piaget d'une part et de Vygotski d'autre part², et il y aura lieu d'en préciser notre « traduction » dans le cas des apprentissages mathématiques en situation scolaire. Ces emprunts sont complétés par les apports de Vergnaud, qui sont eux spécifiques aux mathématiques. Ces hypothèses concernent, schématiquement, la qualité du travail des élèves y compris celle des échanges, entre eux ou avec l'enseignant. Il s'agit de prendre en compte le champ conceptuel en jeu pour étudier les tâches proposées, de référer les apprentissages à la conceptualisation (à la fois processus et produit), mais aussi de traquer (par exemple) les déséquilibres suivis de rééquilibrage qui peuvent être organisés dans les activités, ou encore les abstractions réfléchissantes permises, ou encore d'étudier la part et le contenu du travail autonome

¹ Il y a plusieurs interprétations de cette théorie et plusieurs manières de s'y inscrire, y compris en « Math Education ». Nous ne nous plaçons pas dans la vision d'Engeström, contrairement à beaucoup de collègues anglo-saxons (cf. Jaworski & al 2018). On trouvera des éclaircissements sur notre position théorique dans Rogalski (2008), Vandebrouck et Robert (2017).

² Même si ceux-ci ne concernent pas directement les mathématiques

ou collectif. Enfin le modèle de la Zone Proximale de Développement (ZPD) est apprécié comme un moteur potentiel de transformation activités/connaissances. *Mais à quoi correspond un déséquilibre en mathématiques pour les élèves ? À quoi correspondent des connaissances « proches » ?*

Ces activités des élèves qui induisent leurs apprentissages résultent en partie des choix des enseignants, choix de tâches et choix de déroulements compte tenu d'un contexte qui n'est pas figé. Nous admettons, et c'est une hypothèse que nous avons développée dans le cadre de la double approche didactique et ergonomique des pratiques des enseignants³ (au sein de la TA), que ces dernières ne peuvent pas être comprises ni *a fortiori* mises en relation avec les apprentissages ou enrichies si on ne prend en compte que les choix de contenus et déroulements. Elles dépendent aussi de facteurs externes, sociologiques, institutionnels, personnels, etc. qui eux-aussi doivent être précisés.

Opérationnaliser le cadre théorique, une étape indispensable pour mettre en place problématiques et méthodologies

Nous allons présenter sur un certain nombre de points clefs du cadre théorique, en particulier ceux qui ne sont pas d'emblée inscrits en didactique des math ou qui sont très généraux, notre manière de les prendre en compte pour les utiliser effectivement. Il s'agit de préciser nos réponses aux questions précédentes, complétées par d'autres sur, par exemple, *l'analyse des tâches en relation avec les activités, les liens entre activités et conceptualisation*, etc. Ces questions et leurs réponses constituent ce que nous appelons l'opérationnalisation du cadre théorique. C'est ce qui nous permet de construire les problématiques au sein de notre cadrage, de mettre en place et d'interpréter des expériences, et leurs résultats : ce sont les intermédiaires indispensables pour pouvoir adapter notre cadre théorique général aux mathématiques et à la classe.

1) Au cœur des savoirs visés, la *conceptualisation* : une définition « opérationnelle »

Nous adoptons l'opérationnalisation suivante de ce concept de *conceptualisation* (par exemple d'une notion mathématique) utilisé par Vergnaud : conceptualiser revient à acquérir, sur un ensemble de tâches mettant en jeu la notion, la disponibilité des caractères objets et outils de la notion concernée (Douady 1986), associés aux mises en fonctionnement attendues pour réaliser ces tâches. Cette disponibilité inclut l'organisation des connaissances impliquées, nouvelles et anciennes, en référence à la notion de champ conceptuel (Vergnaud 1991). Cela permet d'étudier à la fois le processus de conceptualisation et le produit (ce qui a été conceptualisé).

En fait on est amené à définir encore plus précisément des niveaux de conceptualisation des connaissances attendues pour cette notion. Le niveau de conceptualisation précise, à un niveau scolaire donné, ce qui est à conceptualiser, à partir des spécificités de la notion mathématique et à partir des programmes, en précisant les cadres et les registres (Duval 1995) à convoquer ainsi que le niveau de rigueur attendu (types de raisonnements, formalisme et démonstrations). Déterminer ce niveau de conceptualisation permet d'apprécier le processus de conceptualisation élaboré (ou à élaborer) pour enseigner cette notion. Mais pour cela on complète encore, par la prise en compte des difficultés répertoriées des élèves, ce croisement d'une étude épistémologique (mathématique) des notions en jeu⁴, et de l'étude curriculaire. C'est ce qu'on a appelé le relief sur une notion à enseigner, dont la mise au point facilite l'étude de la conceptualisation.

³ Cf. Robert (2008), Roditi (2008, 2013)

⁴ y compris l'inscription éventuelle dans un champ conceptuel

Donnons une illustration de cette opérationnalisation. L'étude précédente amène à repérer que différents types de notion sont rencontrés dans le secondaire, en relation avec les programmes, avec des conséquences sur les choix d'introduction et donc sur le processus de conceptualisation. Certaines notions peuvent ainsi être amenées comme des extensions de notions déjà étudiées⁵, d'autres comme réponses à des problèmes que les élèves peuvent se poser mais non résoudre (RAP), pour d'autres enfin il y a besoin d'un nouveau formalisme qui permet d'unifier et de généraliser des notions antérieures (FUG) et on ne trouve alors pas de situation d'introduction (du type problème à résoudre) adaptée.

2) Les liens entre activités et conceptualisation

Nous adoptons classiquement comme définition des activités des élèves sur une tâche donnée (y compris écouter un cours) ce qu'ils pensent (inobservable), ce qu'ils disent, font, écrivent ou non⁶.

En vue de la conceptualisation, les caractéristiques à retenir des activités en mathématiques sont liées à divers facteurs, adaptant aux mathématiques les conditions plus générales évoquées ci-dessus. De fait la conversion en un itinéraire cognitif⁷ d'un niveau de conceptualisation visé, référence définie théoriquement et associé à un ensemble de tâches et de savoirs, n'a rien d'automatique. Nous retenons ainsi notamment, globalement, la richesse et la diversité des tâches prévues (notamment en termes de changements de cadres et registres), la qualité du scénario proposé sur une notion (notamment en termes de cohérence entre l'introduction⁸, le cours et les exercices ainsi que de complétude de ce qui est travaillé). Localement, au niveau des séances, sont étudiées la manière dont le travail autonome et/ou collectif est organisé (et donc des tâches sur lesquelles il peut se développer), et les échanges entre élèves et avec l'enseignant (notamment en termes de commentaires méta, d'aides et de proximités entre ce que disent les élèves et les interventions de l'enseignant : Robert et Vandebrouck 2014, Roditi 2014, Kiwan-Zacka & Roditi, 2019). Autant de dimensions à étudier dans les contenus proposés aux élèves et les déroulements effectifs des séances, impliquant d'y associer l'étude des pratiques et activités des enseignants.

3) Analyser les tâches pour comprendre les activités attendues : une grille d'appréciation établie en fonction des mises en fonctionnement attendues

Ces analyses de tâches sont faites sur des énoncés précis, avec le repérage et les adaptations des connaissances mathématiques en jeu. L'opérationnalisation ici tient à ce que, pour comprendre les activités attendues, on repère la mise en fonctionnement attendue des connaissances. C'est cette référence à l'utilisation attendue des connaissances qui nous permet de classer les tâches et les activités, et de repérer des manques éventuels. Par exemple on distingue les tâches où l'activité consistera à appliquer un théorème indiqué, sans aucune adaptation (il s'agit alors souvent de remplacer une variable par une valeur) et celles où on doit reconnaître soi-même ce qui va être appliqué. Ces dernières peuvent contribuer à installer la disponibilité de la connaissance. On cherche aussi s'il y a des intermédiaires à introduire soi-même, ou des étapes ou des changements de cadres ou registres : les activités correspondantes contribuent à enrichir la mise en fonctionnement de la notion vers la conceptualisation (Robert 2008, Roditi & Salles 2015).

4) Un exemple de recherche illustrant cette opérationnalisation

⁵ Avec ou sans « accident », c'est à dire pièges liés à certaines ruptures invisibles au niveau du vocabulaire par exemple.

⁶ Les activités des enseignants sont définies de manière analogue, sur des tâches évidemment différentes.

⁷ Ensemble d'activités

⁸ Et le type de notion à enseigner

C'est à l'occasion de recherches sur un nouveau problème lié à l'enseignement et à l'apprentissage que se manifestent ces besoins d'opérationnalisation. Une fois le cadre choisi, en relation avec le type de recherches envisagées et sans doute aussi avec une certaine sensibilité du chercheur, les spécificités du travail à mener orientent la manière d'adapter, voire de questionner ce cadre.

Dans sa thèse par exemple, A. Chesnais a travaillé sur l'enseignement de la symétrie en ZEP en sixième. Le livre qui relate une grande partie de ses travaux (Chesnais, 2014) est un très bon exemple de la manière d'adopter et d'adapter le cadre de la TA à cette question spécifique.

Questions ouvertes et complémentarité des cadres théoriques ?

Des exemples parmi d'autres. Un certain nombre d'hypothèses admises concerne un élève et pas la classe : comment alors opérationnaliser la notion de ZPD pour une classe donnée ? Comment analyser les tâches et activités des élèves avec les technologies numériques (Vandebrouck & Robert, 2017) ? Comment tenir compte dans nos travaux du langage utilisé et des spécificités du langage mathématique ? Les cadres théoriques proposés en didactique sont-ils complémentaires ou exclusifs (Jaworski & al. 2018) ?

Références :

- Chesnais A. (2014) *Enseigner les mathématiques en ZEP*. Rennes : Presses Universitaires de Rennes.
- Douady R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en didactique des mathématiques* 7/2 5-31.
- Duval R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine : registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Berne : Peter Lang.
- Jaworski B., Lerman S., Robert A., Roditi E. (2018). Theoretical developments in Mathematics Education Research : english and french perspectives in contrast. *Annales de didactique et de sciences cognitives* Numéro special 25-60.
- Kiwan-Zacka, M. & Roditi, E. (2019). Régulations didactiques et apprentissages des élèves. In M. Abboud et al. *Actes du colloque EMF 2018*. (Publication provisoire disponible dès 2018 sur le site du colloque EMF 2018).
- Robert A. (1992). Problèmes méthodologiques en didactique des mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques* 12/1 33-58.
- Robert A. (2008). Problématique et méthodologie pour analyser les activités mathématiques des élèves et les pratiques enseignantes. In Vandebrouck F. (coord.) *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* pp.31-67
- Robert A. & Vandebrouck F. (2014). Proximités-en-acte mises en jeu en classe par les enseignants du secondaire et ZPD des élèves : analyses de séances sur des tâches complexes. *Recherches en didactique des mathématiques* 34/2-3 239-285
- Roditi E. (2008). Des pratiques enseignantes à la fois contraintes et personnelles et pourtant cohérentes In Vandebrouck F. (coord.) *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* pp.73-94.
- Roditi, E. (2013). Une orientation théorique pour l'analyse des pratiques enseignantes en didactique des mathématiques. *Recherches en didactiques*, 15, 39-60.
- Roditi, E. (2014). Les actes de parole de l'enseignant : déterminants et révélateurs de sa pratique. *Spirale – Revue de Recherches en Éducation*, 54, 85-101.
- Roditi, E., & Salles, F. (2015). Nouvelles analyses de l'enquête PISA 2012 en mathématiques. *Éducation et formations*, 86-87, 236-267.

Rogalski J. (2008). Le cadre général de la théorie de l'activité. In Vandebrouck F. (coord.) *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* pp.23-30.

Vandebrouck F. (coord.) (2008). *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants*. Toulouse : Octarès.

Vandebrouck F. & Robert A. (2017). Activités mathématiques des élèves avec les technologies numériques. *Recherches en didactique des mathématiques* 37/2-3 333-382.

Vergnaud G. (1991). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en didactique des mathématiques* 10/2-3 133-170.

2. Contribution de Michèle Artigue

Opérationnalisation d'un cadre théorique

Je distinguerai d'abord comme je l'avais fait au WEJCH de 2017 théorie et cadre théorique, suivant en cela par exemple Corine Castela. J'appelle cadre théorique l'assemblage conceptuel théorique qu'un chercheur constitue lorsqu'il s'intéresse à une question donnée, sachant que l'élaboration de ce cadre théorique va en retour influencer sur la façon dont la question va être problématisée et soumise au travail de recherche. Le cadre théorique peut, pour certains chercheurs, se réduire à une théorie. C'est rarement le cas pour moi, même s'il existe généralement un élément théorique dominant dans cet assemblage. Bien sûr, ceci pose la question de la cohérence de l'assemblage constitué qui n'est pas sans rejaillir sur la question de son opérationnalisation.

L'opérationnalisation comme inscription dans une praxéologie de recherche

Pour réfléchir à la question de l'opérationnalisation des cadres théoriques, personnellement, il m'est utile de penser en termes de praxéologies de recherche (Artigue & Bosch 2014). Opérationnaliser un cadre théorique dans cette perspective, c'est l'inscrire dans une praxéologie de recherche. Une praxéologie de recherche, comme toute praxéologie, est constituée de deux blocs : un bloc praxique et un bloc discursif théorique qui sont en interaction dialectique. L'analogie d'un type de tâche est un type de question de recherche ; pour y répondre, on peut essayer d'utiliser une technique déjà disponible pour ce type de tâche au sein de praxéologies de recherche existantes, en l'adaptant éventuellement aux besoins précis de la recherche. En fait, le plus souvent, on mobilise une combinaison de techniques que l'on dénomme méthodologie de la recherche, sachant qu'une méthodologie relève à la fois de la praxis et du logos comme le nom même l'indique. Quand on parle de méthodologie de recherche, on inclut en effet en général le discours qui l'explique et en justifie la pertinence. Une méthodologie se situe donc à l'interface des deux blocs constitutifs de la praxéologie de recherche. La situation se complique un peu dans le cas d'un cadre théorique non mono-théorique, puisqu'il va falloir prendre en compte dans l'opérationnalisation proposée, et de façon cohérente, les conditions d'opérationnalisation de chacun d'eux.

Par ailleurs, une théorie en fait n'est pas associée à un seul type de questions de recherche. Si l'on pense en termes de praxéologies de recherche, elle unifie une famille de praxéologies au niveau au minimum local mais plutôt régional. Lui sont donc associées différentes techniques de recherche et méthodologies, et non une seule. Si l'on considère par exemple la TAD, il est clair que les techniques d'étude ne seront pas les mêmes selon que les questions posées concerneront l'étude de rapports institutionnels à des objets de savoir, des processus de transposition didactique ou, ce qui est de plus en plus le cas, l'élaboration de parcours d'étude et de recherche et la détermination des conditions et contraintes conditionnant leur viabilité dans un contexte donné.

L'exemple de l'approche instrumentale

Pour ne pas rester dans un discours général, je vais prendre l'exemple de l'approche instrumentale de l'intégration des technologies numériques (Artigue 2001). Dès les premières thèses qui relèvent de cette approche, alors en état d'émergence, la thèse de Luc Trouche (1996) concernant l'interaction entre genèse cognitive et genèse instrumentale de la notion de limite et la thèse de Badr Defouad (2000) concernant la genèse instrumentale de la variation des fonctions en 1ère S avec des calculatrices

symboliques TI92, on peut observer des éléments importants des modes d'opérationnalisation de cette approche pour l'étude des genèses instrumentales. En premier lieu, vu l'hypothèse raisonnable qu'une telle genèse instrumentale mobilise un temps long, l'opérationnalisation du cadre théorique nécessite une étude dans la durée. Dans la thèse de Defouad comme dans celle de Trouche, la durée est celle de l'année scolaire. L'étude doit par ailleurs permettre d'approcher les deux dimensions d'instrumentalisation et, d'instrumentation de ces genèses et leurs relations. Dans la thèse de Defouad par exemple, le choix est fait pour cela d'organiser, au cours de l'année, trois séries d'entretiens avec des élèves sélectionnés suivant des critères précis, au cours desquels ces deux dimensions sont prises en compte via des techniques adaptées. Pour la dimension d'instrumentation par exemple, ceci nécessite la mise en place d'un dispositif d'observation spécifique de l'activité instrumentée des élèves (aujourd'hui, on utiliserait un logiciel de capture d'écran) et également la conception de tâches appropriées (le choix sera fait de tâches de prédiction et justification de variation confrontant les élèves à des fonctions aux frontières de leur champ de familiarité). Par ailleurs, l'approche instrumentale conduit, pour les comprendre, à mettre en rapport ces genèses avec les rapports institutionnels progressivement établis avec le concept de variation et la calculatrice symbolique au sein de la classe, et à situer les genèses instrumentales individuelles par rapport à la genèse collective qui s'effectue au sein de l'institution classe. Ceci s'effectue via des observations régulières de classe complétées par le recueil des documents d'enseignement et d'évaluation, et des questionnaires. Il faut aussi noter que cette thèse s'inscrit dans un projet de recherche contractuel auquel collaborent, outre le doctorant, deux chercheurs et deux enseignants. L'enseignement proposé est co-construit par les enseignants et les chercheurs qui, pour la première fois, disposent de l'environnement technologique considéré, en s'appuyant sur une analyse épistémologique et didactique du champ de la variation ainsi que sur les connaissances existantes sur l'apprentissage dans des environnements de calcul formel.

Il est intéressant de noter que l'opérationnalisation du cadre théorique passe aussi, dans ce contexte comme c'est souvent le cas par ailleurs, par la construction d'outils conceptuels et/ou méthodologiques complémentaires, en particulier des catégorisations nouvelles. Par exemple, Defouad retravaille les distinctions entre types de contraintes introduites par Rabardel pour l'action instrumentée (Rabardel 1995), en s'appuyant sur la notion de transposition informatique due à Nicolas Balacheff et sur la thèse de Trouche, pour les adapter à l'environnement technologique utilisé. Ceci l'amène à distinguer notamment s'agissant de la TI92 vue comme un système de 5 artefacts, entre quatre niveaux d'accessibilité et visibilité des informations à l'interface, et à associer à ces niveaux une distinction entre contraintes syntaxiques, d'usage et internes. C'est aussi le cas pour ce qui relève de l'opérationnalisation de la composante TAD de l'approche instrumentale. Defouad est amené à introduire une distinction entre techniques instrumentées officielles et localement officielles, et à raffiner la notion d'ostensif. Ces distinctions soutiennent l'étude approfondie nécessaire dans ce nouveau contexte des contraintes présentées par la TI92 pour l'étude des variations, des connaissances mathématiques et instrumentales engagées dans les techniques instrumentées associées, des discours technologiques qui peuvent leur être associés, pour pouvoir faire sens des genèses instrumentales et de leur gestion institutionnelle dans les expérimentations menées. Le fait que l'approche instrumentale soit une combinaison de l'ergonomie cognitive de Rabardel et de la TAD oblige par ailleurs à articuler les deux discours, et notamment celui des schèmes (ergonomie cognitive) et des techniques/technologies vues comme constituants de praxéologies (TAD). Ceci est effectué par Defouad en élargissant la notion de

praxéologie via l'introduction de la notion de praxéologie individuelle, et en distinguant pour ces dernières entre techniques publiques et techniques privées, et également en reliant les notions de schème et de technique. Le lien est effectué en considérant qu'une technique est une manière de manipuler des artefacts et qu'elle est soutenue par un ou plusieurs schèmes.

De fait, la question des rapports entre schèmes et techniques n'est pas complètement réglée par un tel lien. Elle sera gérée différemment suivant les chercheurs, contribuant à la diversité des opérationnalisations de cette approche. Certains chercheurs mettront l'accent sur la notion de schème, par exemple Trouche dont le cadre théorique principal est, dans sa thèse, celui de la théorie des champs conceptuels de Gérard Vergnaud à laquelle Rabardel se réfère pour définir la notion de schème, tandis que d'autres utiliseront principalement la notion de technique. C'est par exemple le cas pour Jean-Baptiste Lagrange (1999) et moi-même. Mariam Haspekian travaillera ces rapports dans sa thèse consacrée au tableur (Haspekian 2005) et la question fera aussi l'objet de débats et publications au niveau international, par exemple dans la revue IJCML.

Ces opérationnalisations différentes conduisent nécessairement à des résultats sur les genèses expérimentales qui s'expriment différemment. Par exemple, Trouche met l'accent sur l'identification de schèmes et essaie de les relier à des profils cognitifs d'étudiants, tandis que Defouad met davantage l'accent sur des évolutions de techniques, en les mettant en rapport avec la gestion institutionnelle des techniques instrumentées / papier-crayon, et sur l'identification de phénomènes didactiques comme le zapping et la sur-vérification.

L'examen des exploitations faites de l'approche instrumentale montre cependant des limitations des opérationnalisations effectuées, de deux types principalement :

- l'inférence de genèses instrumentales à partir de travaux empiriques de durée trop réduite pour permettre de telles inférences,
- une utilisation de la notion de schème qui ne prend pas suffisamment en compte leur caractérisation en termes d'invariants opérationnels, ou même le fait qu'un schème exprime une régularité à l'œuvre dans toute une classe de situations.

Comme toute approche théorique, l'approche instrumentale peut être mobilisée pour répondre à une diversité de questions, soit seule, soit combinée à d'autres approches théoriques. Les thèses de Michela Maschietto (2002) et de Paul Drijvers (2003) sont parmi les premiers exemples de telles combinaisons, dans le premier cas avec la TSD et l'approche sémiotique développée par Ferdinando Arzarello connue maintenant sous l'acronyme APC (Arzarello & Sabena 2014), dans le second cas avec RME (Realistic Mathematics Education), une théorie qui s'est développée à partir des années 70 à l'Institut Freudenthal aux Pays Bas (Van den Heuvel-Panhuizen & Drijvers 2014). Comme mentionné plus haut, ces combinaisons influent sur l'opérationnalisation du cadre théorique. Par exemple, dans les deux thèses mentionnées, comme dans de nombreuses thèses portant sur les environnements technologiques, la recherche de réponses aux questions posées nécessite un travail de design didactique. Dans la thèse de Maschietto, ce design est porté par la TSD et la méthodologie d'ingénierie didactique, tandis que dans la thèse de Drijvers, le design est porté par RME qui est une théorie structurée autour de principes de design, dont les leviers sont différents de ceux de la TSD. Par ailleurs, si l'on considère la thèse de Maschietto, la combinaison avec une approche sémiotique qui met l'accent sur la multimodalité sémiotique et notamment les gestes comme constituants de cette multimodalité, ainsi que sur les médiations sémiotiques de l'enseignant, influence aussi fortement l'opérationnalisation du cadre théorique.

Références :

- Artigue M. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: the genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematics Learning*, n°7, 245-274.
- Artigue, M. & Bosch, M. (2014). Reflection on Networking through the praxeological lens. In, A. Bikner-Ahsbabs & S. Prediger (Eds.), *Networking of Theories as a Research Practice in Mathematics Education* (pp. 249-266). New York : Springer.
- Arzarello, F., & Sabena, C. (2014). Introduction to the approach of Action, Production and Communication (APXC). In A. Bikner-Ahsbabs & S. Prediger (Eds.), *Networking of Theories as a Research Practice in Mathematics Education* (pp. 31-56). New York : Springer.
- Defouad, P. (2000). *Etude de genèses instrumentales liées à l'utilisation de calculatrices symboliques en classe de première S*. Thèse de doctorat. Université Paris-Diderot. <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01253860/document>
- Drijvers, P. (2003). *Learning algebra in a computer algebra environment. Design research on the understanding of the concept of parameter*. Thèse de doctorat. University of Utrecht.
- Haspekian, M. (2005). *Intégration d'outils informatiques dans l'enseignement des mathématiques, étude du cas des tableurs*. Thèse de doctorat. Université Paris-Diderot. <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00011388/document>
- Lagrange J.B. (1999). Techniques and concepts in pre-calculus using CAS : a two year classroom experiment with the TI92. *The International Journal for Computer Algebra in Mathematics Education*, 6/2, 143-165.
- Maschietto, M. (2002). *L'enseignement de l'analyse au lycée : les débuts du jeu global/local dans l'environnement de calculatrices*. Université Paris-Diderot & Università Degli Studi de Torino. <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01255304/document>
- Trouche, L. (1996). *Etude des rapports entre processus de conceptualisation et processus d'instrumentation*. Thèse de doctorat. Université de Montpellier.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M., & Drijvers, P. (2014). Realistic Mathematics Education. In S. Lermann (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp 521-525). New York : Springer.
- Rabardel, P. (1995). Les hommes et les technologies. Approche cognitive des instruments contemporains. Paris : Armand Colin.

3. Contribution de Jana Trgalova

Opérationnalisation de cadre théorique

Le thème du Weekend jeunes chercheurs 2019 porte sur les cadres théoriques et leur opérationnalisation dans une thèse de doctorat. Ma contribution s'appuie sur deux thèses récemment soutenues, celle de Laetitia Rousson (2017) et de Nataly Essonnier (2018) qui me permettront d'éclairer mon point de vue sur cette question.

Je vais aborder cette question par une réflexion personnelle sur les étapes d'une recherche qui conduisent à la définition d'une problématique. Tout d'abord, il me semble important de clarifier ce qu'est un cadre théorique et ce que veut dire pour un doctorant « élaborer un cadre théorique ». En effet, lors de la dernière école d'été des jeunes chercheurs YESS à Montpellier, certains participants faisaient part de leur inquiétude de devoir développer leurs propres théories. J'illustre ensuite deux phases de recherche qui me paraissent cruciales car elles vont influencer sur la manière dont le questionnement sera abordé : une phase de *conceptualisation* où un cadre théorique est choisi / élaboré, et une phase d'*opérationnalisation* qui consiste à construire un modèle d'analyse.

Qu'est-ce qu'un cadre théorique

Toute recherche part d'un questionnement. Dans le domaine de la didactique des mathématiques, ce questionnement porte sur des phénomènes d'apprentissage ou d'enseignement des mathématiques. Ce questionnement conduit dans un premier temps à une étude bibliographique, appelée parfois état de l'art, qui permet de faire état des recherches existantes en lien plus ou moins direct avec le questionnement, de recenser les définitions des concepts clés disponibles, d'en retenir certaines au détriment des autres, tout en justifiant ces choix. Cette conceptualisation qui donne une signification précise aux concepts en jeu fait partie du cadre théorique de la recherche. Ces concepts peuvent s'inscrire dans une ou plusieurs théories ; ces dernières, ou des éléments de celles-ci, sont alors convoquées comme cadre théorique.

Choix de cadre théorique

Le choix de cadre théorique est une étape cruciale de la recherche. C'est le cadre théorique qui va permettre de préciser des questions de recherche et de formuler des hypothèses de recherche à partir du questionnement initial. Il s'agit ici de la phase de conceptualisation illustrée ci-dessous sur les exemples des deux thèses.

La thèse de Nataly Essonnier porte sur les processus de créativité sociale dans la conception de ressources numériques au sein d'une communauté d'intérêt : elle s'interrogeait en particulier sur les interactions entre les membres de la communauté pour identifier les facteurs stimulant la créativité sociale. Pour aborder cette question, il est apparu nécessaire de préciser ce qu'est la créativité sociale et la nature d'une communauté d'intérêt. Le cadre théorique pour cette recherche est ainsi constitué d'éléments suivants :

- La conceptualisation de la *créativité sociale* comme la génération d'idées nouvelles (c'est-à-dire inhabituelles ou originales), appropriées (c'est-à-dire pertinentes et alignées avec les caractéristiques de conception générale) et utilisables (c'est-à-dire prêtes et disponibles).

- La définition d'une *communauté d'intérêt* (Fischer, 2001) comme un collectif réunissant des membres de diverses communautés de pratique autour d'un problème commun, notamment de design, qui requiert une variété d'expertises.
- L'*approche de franchissement de frontières* (Akkerman et Bakker, 2011). Le choix de cette approche théorique découle de la nature du collectif des concepteurs qui est une communauté d'intérêt où les membres proviennent des mondes professionnels différents. Ces mondes présentent des frontières définies comme des différences socioculturelles qui donnent naissance à des discontinuités dans l'action et l'interaction (ibid.). Les phénomènes se produisant à ces frontières sont particulièrement intéressants à étudier.
- L'*approche documentaire* (Gueudet et Trouche, 2008). La conception collaborative de ressources numériques étant pouvant être considérée comme une genèse documentaire collective, le choix de cette approche a semblé naturel pour pouvoir étudier le rôle des ressources dans ces processus.

Le questionnement initial a pu alors être précisé sous forme de plusieurs questions de recherche dont la suivante citée à titre d'exemple : Dans l'activité de conception collaborative de ressources numériques, (1) quels types d'objets ont le potentiel de devenir objets frontières, à quelles conditions et comment peuvent-ils stimuler la créativité sociale ? (2) quels membres ont le potentiel de devenir brokers, à quelles conditions et quel est leur rôle dans la stimulation de la créativité sociale ?

Dans sa thèse, Laetitia Rousson s'intéresse à l'appropriation de ressources numériques pour l'apprentissage des mathématiques par des enseignants de l'école primaire. L'appropriation était le concept clé de son questionnement qu'il fallait conceptualiser. Son cadre théorique comporte les éléments suivants :

- La conceptualisation de l'*appropriation* d'un objet par un sujet comme un processus cognitif long se déroulant en trois temps – pré-appropriation, appropriation originelle et ré-appropriation – impliquant à la fois une modification plus ou moins significative de l'objet par le sujet (instrumentalisation) et le développement des interprétations et des routines d'utilisation chez le sujet (instrumentation).
- L'*approche instrumentale* (Rabardel, 1995). Ce choix découle naturellement de la conceptualisation de l'appropriation comme un processus proche de celui de la genèse instrumentale.
- Le concept d'*orchestration instrumentale* (Trouche, 2004) qui semble important pour étudier les usages de ressources numériques par les enseignants dans leurs classes.

Les questions de recherche suivantes ont pu ensuite être formulées : (1) Dans quelle mesure les processus d'instrumentation et d'instrumentalisation caractérisent l'appropriation d'une ressource par les enseignants ? (2) Comment les orchestrations instrumentales choisies par les enseignants sont-elles liées à l'appropriation des ressources ?

Opérationnalisation du cadre théorique

Penser l'opérationnalisation de cadre théorique renvoie pour moi à la question comment répondre aux questions de recherche et conduit donc à l'élaboration d'une méthodologie de recherche. Le cadre théorique dans lequel se situe la recherche détermine certains choix méthodologiques. Par exemple, dans le cas des deux thèses mentionnées dans ce texte, le choix de l'approche instrumentale ou documentaire suppose l'étude des genèses instrumentales ou documentaires, qui sont des

processus longs ; ainsi un suivi des processus sur un long terme s'impose. Par ailleurs, au sein de l'approche documentaire, une méthodologie spécifique, appelée *investigation réflexive* (Gueudet et Trouche, op. cit.), a été développée. Les choix méthodologiques opérés par Laetitia Rousson dans sa thèse sont largement inspirés par cette méthodologie.

L'opérationnalisation de cadre théorique a pour objectif également l'élaboration d'outils d'analyse des données recueillies. Il peut arriver que d'autres éléments viennent enrichir le cadre théorique préalablement élaboré. Ces propos sont illustrés sur un exemple tiré de la thèse de Rousson (2017).

Exemple d'opérationnalisation d'un concept théorique dans la thèse de Laetitia Rousson. Une des questions de recherche porte sur les liens entre l'appropriation de la ressource en question et les orchestrations instrumentales mises en place par les enseignants, l'hypothèse sous-jacente étant que la stabilisation des types d'orchestration choisis soit un indicateur de développement d'un schème d'utilisation lié à la ressource (instrumentation). Or, les travaux existants sur l'orchestration instrumentale (ex. Drijvers et al. 2010, 2013) s'appuient sur les observations des classes au niveau secondaire qui se déroulent le plus souvent dans des salles informatiques avec des postes fixes, tandis que l'étude de Laetitia porte sur des classes de maternelle et les artefacts matériels utilisés sont des tablettes tactiles. Ainsi, les diverses orchestrations répertoriées dans la littérature ne fournissaient pas un modèle suffisant permettant d'analyser les orchestrations observées. Laetitia a ainsi été amenée à créer son propre modèle d'orchestration instrumentale adapté aux spécificités des classes de maternelle et aux artefacts tactiles (Rousson, 2017 ; Trgalová et Rousson, 2017). D'autre part, l'analyse des observations de classes a montré que de nombreuses orchestrations différentes ont été mises en place par les enseignants. Des régularités ont été mises en évidence suite à l'identification des *moments d'étude* (Chevallard, 1998) et leur mise en relation avec les types d'orchestrations observés. Ainsi, un nouveau concept, organisation didactique, issue de la théorie anthropologique du didactique, a été intégré a posteriori au cadre théorique.

Références

- Akkerman, S. F., & Bakker, A. (2011). Boundary Crossing and Boundary Objects. *Review of Educational Research*, 81(2), 132-169.
- Chevallard Y. (1998), Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : L'approche anthropologique. *Actes de l'Université d'été de la Rochelle*.
- Drijvers, P., Doorman, M., Boon, P., & van Gisbergen, S. (2010). Instrumental orchestration: theory and practice. In V. Durrand-Guerrier et al. (Eds.), *Proceedings of the Sixth CERME Congress*, Lyon (pp. 1349–58).
- Drijvers, P., Tacoma, S., Besamusca, A., Doorman, M., & Boon, P. (2013). Digital resources inviting changes in mid-adopting teachers' practices and orchestrations. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education*, 45(7), 987–1001.
- Essonnier, N. (2018). *Etude de la conception collaborative de ressources numériques mathématiques au sein d'une communauté d'intérêt*. Thèse de doctorat, Université Claude Bernard – Lyon 1.

- Gueudet, G., Trouche, L. (2008). Du travail documentaire des enseignants : genèses, collectifs, communautés. Le cas des mathématiques. *Education et didactique*, 2(3), 7-33
- Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies. Approche cognitive des instruments contemporains*. Paris : Armand Colin.
- Rousson, L. (2017). *Conception d'un jeu-situation numérique et son appropriation par des professeurs Le cas de l'enseignement de l'énumération à l'école maternelle*. Thèse de doctorat, Université Claude Bernard – Lyon 1.
- Trgalová, J., Rousson, L. (2017). Model of Appropriation of a Curricular Resource: A Case of a Digital Game for the Teaching of Enumeration Skills in Kindergarten. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education*, 49(5), 769-784.
- Trouche, L. (2004). Managing the complexity of human/machine interactions in computerized learning environments: Guiding students' command process through instrumental orchestrations. *International Journal of Computers for Mathematics Learning*, 9, 281–307.